

MPC DE HORIZONTE-FINITO VERSUS MPC DE HORIZONTE-INFINITO: APLICACIÓN A UN REACTOR INDUSTRIAL DE POLIESTIRENO

Oscar A. Z. Sotomayor¹, Edwin Dextre Jara^{2,K}

¹ LSCP – Departamento de Engenharia Química
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
São Paulo – SP, BRASIL
oscar@pqi.ep.usp.br

² Facultad de Ingeniería Química y Textil
Universidad Nacional de Ingeniería
Lima – PERÚ
edextre@uni.edu.pe

Resumen.- El objetivo de este trabajo es presentar y hacer un estudio comparativo mediante simulaciones, del performance de dos estrategias de control predictivo (MPC), uno con un horizonte de predicción finito y otro con un horizonte de predicción infinito, aplicados a un reactor industrial de polimerización de estireno. La comparación es hecha en base a cambios en el punto de operación y cambios en los parámetros internos del proceso, que comúnmente ocurre en un proceso real. La performance o comportamiento dinámico de los controladores MPC son también comparados con un sistema de control convencional basados en controladores PI (Proporcional + Integral). Los resultados obtenidos son analizados y revisados para luego seleccionar la mejor estrategia de control, proporcionándose así, una referencia para aplicaciones en casos reales.

Palabras claves: Control predictivo, control PI, reactores de polimerización, control de procesos, simulación.

1. INTRODUCCIÓN

La globalización de las actividades económicas, empresariales y sociales ha inducido a una competencia feroz de mercados y, en consecuencia, de productos, procesos y servicios. Esto ha hecho que las plantas industriales tengan que realizar grandes cambios en el manejo empresarial y, sobre todo incorporar un alto nivel de automatización, basados en sistemas de control avanzado, para mejorar las operaciones de sus procesos..

MPC o Control Predictivo (del Inglés *Model Predictive Control* o *Model-based Predictive Control*) es una técnica de control avanzado. El término se refiere a una familia de controladores cuyas principales ventajas son: la incorporación de un modelo explícito del proceso en el cálculo de la ley de control y, su fuerte relación con optimización *on-line*, lo cual le da robustez para enfrentar problemas multivariables, acoplados, de respuesta inversa, con tiempos muertos, con errores en el modelo y errores en las mediciones. Aunque aproximadamente el 95% de los lazos regulatorios son controlados por controladores clásicos tipo PID (proporcional-integral-derivativo), MPC es la técnica de control

avanzado mas ampliamente usado en los procesos industriales, con un mercado creciente en una proporción anual de 18%. Un reciente estudio conducido por Qin y Badgwell (2003) revela mas de 4500 aplicaciones industriales exitosas. Sin embargo, la importancia de los controladores PID no ha disminuído con la amplia adopción de los MPC, dado que estos son comunmente implementados en el nivel supervisorio de una estructura de control *plantwide* (Skogestad, 2004), donde las variables manipuladas de los MPC's son los *set-points* de los PID's.

Implementaciones comunes de MPC son por ejemplo el DMC (*dynamic matrix control*) y GPC (*generalized predictive control*). Otras variantes de MPC son: MPHIC (*model predictive heuristic control*), QDMC (*quadratic dynamic matrix control*), MAC (*model algorithm control*), IMC (*internal model control*), MOCCA (*multivariable, optimal, constrained control algorithm*), HIECON (*hierarchical constraint control*), PFC (*predictive functional control*), PCT (*predictive control technology*) y el mas reciente RMPCT (*robust model predictive control technology*). A pesar del gran número de algoritmos MPC, estos se diferencian en el modelo del proceso usado, tales

^K Autor para correspondencia, edextreuni@yahoo.com.mx

como modelos de parámetros de Markov (o respuesta al impulso), respuesta al escalón, funciones de transferencias, modelos polinomiales, modelos espacio-estado etc; perturbaciones (constantes, retardadas, con ruido blanco, etc), adaptación y formulación de la función objetivo a ser minimizada. En los casos cuando un modelo lineal del proceso es usado, estos controladores son denominados LMPC (MPC lineal, o simplemente MPC). MPC no lineal (NMPC) es, en definición, similar a LMPC, excepto que al contrario de usar un modelo lineal, se usa un modelo dinámico no lineal para la predicción y optimización (Henson, 1998). Mientras que NMPC ofrece un gran potencial para mejorar la operación de los procesos, existen problemas teóricos y prácticos (en diseño, implementación y mantenimiento), (Nikolaou y Misra, 2003). Por esta razón, la mayoría de los algoritmos MPC comercialmente disponibles, son basados en modelos lineales.

En el presente trabajo, la performance de los algoritmos MPC lineales son comparados y evaluados mediante simulaciones, para comprobarlo seleccionamos un proceso altamente no lineal y útil, tal como **un reactor de poliestireno**. Para tal propósito se hizo uno de los algoritmos MPC con un horizonte de predicción finito y el otro con un horizonte de predicción infinito, para el estudio ambos fueron tomados de la literatura. El proceso de polimerización es un sistema multivariable 2x2, donde las variables manipuladas son: el flujo de iniciador y el flujo del fluido refrigerante que pasa por la chaqueta del reactor. Las **variables controladas** son: la viscosidad intrínseca del polímero y la temperatura en la salida del reactor. Adicionalmente, una ley de control por relación es implementada para manipular el flujo de solvente, lo que convierte al proceso en un sistema 3x2. La evaluación se realizó para cambios en el punto de operación y cambios en los parámetros internos del proceso, lo cual sucede a menudo en un proceso real. La performance de los MPC's son también comparados con un sistema de control convencional basados en controladores Proporcional - Integral o PI.

2. EL REACTOR INDUSTRIAL DE POLIESTIRENO

La síntesis de polímeros es un proceso industrial muy importante, con una producción mundial del orden de 200 millones de toneladas métricas por año, de una variedad de polímeros de diferentes propiedades. Los polímeros tienen diversas áreas de aplicación tales como, la industria farmacéutica, en medicina, electrónica, mecánica, química y petroquímica, plásticos, fibras, etc. El reactor de polimerización es

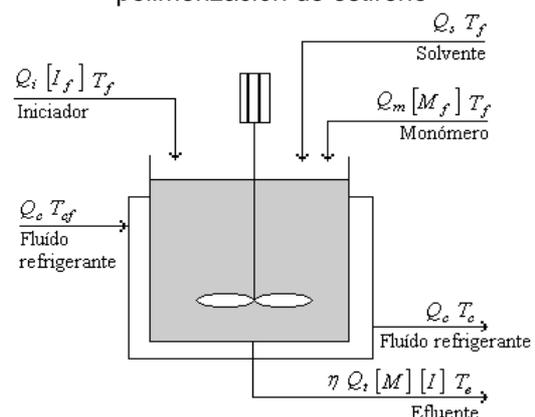
usualmente el corazón de un proceso de producción de polímeros. La operación apropiada de un reactor de polimerización es compleja y un problema aún no resuelto, y representa una oportunidad comercial importante para la aplicación de la ingeniería de procesos, lo cual en forma general se le conoce como ingeniería de reactores de polimerización. Las ventajas de la aplicación de técnicas de control de procesos en la industria de polímeros son: reducción de riesgos de operación, impactos ambientales, costos de producción, magnitud de la inversión y variabilidad del producto final.

Los desafíos técnicos de procesos de polimerización son específicos debido a características generales tales como, no linealidad compleja, dinámica multivariable e interactiva, su potencial inestabilidad en lazo abierto y múltiples estados estacionarios. El proceso envuelve también altas reacciones exotérmicas, condiciones variantes del proceso, reacciones cinéticas desconocidas y alta viscosidad. La aplicación de la teoría de control en estas condiciones es un problema desafiante y una interesante área de investigación para investigadores académicos e ingenieros de planta (Embiruçú *et al.*, 1996; Congalidis y Richards, 1998).

2.1 Visión global del proceso

La mayoría de los polímeros de estireno son producidos en reactores continuos de tanque agitado con chaqueta de enfriamiento (CSTR *continuous stirred tank reactor*). La polimerización de estireno es homogénea y, con frecuencia, una combinación de diferentes reactores son usados para alcanzar las exigencias de producción. **En este trabajo**, es usado el proceso industrial de Maner *et al.* (1996) para una solución de poliestireno por radicales libres en un CSTR enchaquetado. Un diagrama esquemático de este proceso es mostrado en la Figura 1.

Figura 1 – Diagrama del reactor de polimerización de estireno



El reactor tiene tres alimentadores de entrada: estireno puro (monómero), AIBN (azobisisobutyronitrilo) disuelto en benceno (iniciador) y benceno (solvente). El proceso se realiza en tres pasos: *iniciación*, *propagación* y *terminación*. La iniciación comienza con la descomposición del iniciador para producir radicales libres, los cuales reaccionan con las moléculas del monómero para iniciar nuevas cadenas de polímeros-activos (radicales). Durante la propagación, las moléculas de monómero son adicionadas, una a la vez, en las cadenas de polímeros-activos. El crecimiento de las cadenas termina cuando los radicales que están propagando, pierden su actividad a través de las sub-etapas de terminación (i.e. desproporción y combinación), resultando cadenas de polímeros-inactivos. El calor generado por la reacción exotérmica es removido por un flujo de agua, que pasa a través de la chaqueta del reactor. La salida esta compuesta por el polímero, monómero no reaccionado, iniciador y solvente.

2.2 Modelo dinámico del proceso

Asumiendo un mecanismo standard de polimerización por radicales libres, Maner et al. (1996) presentan el siguiente modelo para la polimerización del estireno:

$$\frac{d[I]}{dt} = \frac{(Q_i[I_f] - Q_t[I])}{V} - k_i[I] \quad (1)$$

$$\frac{d[M]}{dt} = \frac{(Q_m[M_f] - Q_t[M])}{V} - k_p[M][P] \quad (2)$$

$$\frac{d[T_e]}{dt} = \frac{Q_t(T_f - T_e)}{V} + \frac{(-\Delta H_r)}{\rho C_p} k_p[M][P] - \frac{hA}{\rho C_p V} (T_e - T_c) \quad (3)$$

$$\frac{d[T_c]}{dt} = \frac{Q_c(T_{cf} - T_c)}{V_c} + \frac{hA}{\rho_c C_{pc} V_c} (T_e - T_c) \quad (4)$$

$$\frac{dD_0}{dt} = 0.5k_t[P]^2 - \frac{Q_t D_0}{V} \quad (5)$$

$$\frac{dD_1}{dt} = M_m k_p[M][P] - \frac{Q_t D_1}{V} \quad (6)$$

$$\eta = 0.0012(M_w)^{0.71} \quad (7)$$

donde:

$$M_w = \frac{D_1}{D_0}; [P] = \left[\frac{2f_i k_i [I]}{k_t} \right]^{0.5};$$

$$k_j = A_j \exp\left(-\frac{E_j}{T_e}\right), j = i, p, t;$$

$$Q_t = Q_i + Q_s + Q_m$$

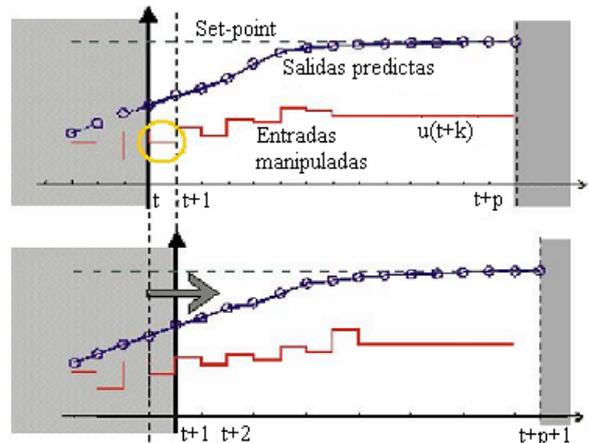
El proceso tiene tres estados estacionarios. Aquí, el reactor es proyectado para trabajar en su punto intermedio (para alta conversión). Los parámetros del proceso y las condiciones operacionales en estado estacionario son mostrados en las Tablas 1 y 2, respectivamente. Para mayores detalles, se puede revisar la referencia anteriormente mencionada.

El objetivo del control es **producir un polímero uniforme** a una viscosidad intrínseca dada y **regular la temperatura del reactor**, por consideraciones económicas y de seguridad. Para esto η y T_e son variables controladas y Q_i y Q_c son variables manipuladas. Además, una ley de control de relación basada en la estequiometría es implementada, de la forma $Q_s = 1.5Q_m - Q_i$, para mantener el volumen de solvente constante en el reactor.

3. LOS ALGORITMOS DE CONTROL MPC

Los algoritmos MPC pueden ser definidos como una estrategia de control óptimo en lazo abierto, donde la realimentación es incorporada de acuerdo con la filosofía de control RHC (*Receding Horizon Control*). Los MPC controlan la respuesta futura de una planta a través del uso de un modelo explícito del proceso. En cada instante de muestreo, el MPC soluciona on-line un problema de optimización LQ (*Linear Quadratic*), usando el estado actual de la planta como estado inicial, generando una secuencia de control sub-óptimo, donde solo la primera acción de control de la secuencia es usada y el resto es desechado. Luego en el próximo instante de muestreo, todo el procedimiento se repete (ver Figura 2).

Figura 2 – Filosofía de control RHC



A continuación dos algoritmos MPC, tomados de la literatura, y que son usados en

este trabajo, son brevemente descritos.

Tabla 1 — Parámetros del reactor de polimerización

Variable	Tag	Valor
Factor de frecuencia en la Ec. de Arrhenius para la reacción de iniciación	A_i	2.142×10^{17} 1/h
Energía de activación para la reacción de iniciación	E_i	14,897 °K
Factor de frecuencia en la Ec. de Arrhenius para la reacción de propagación	A_p	3.816×10^{10} L/(mol h)
Energía de activación para la reacción de propagación	E_p	3557 °K
Factor de frecuencia en la Ec. de Arrhenius para la reacción de terminación	A_t	4.50×10^{12} L/(mol h)
Energía de activación para la reacción de terminación	E_t	843 °K
Eficiencia del iniciador	f_i	0.6
Calor de la reacción de polimerización	$-\Delta H_r$	16,700 cal/mol
Peso molecular del monómero	M_m	104.14 g/mol
Coeficiente transf. calor global x Area transf. calor del CSTR	hA	2.52×10^5 cal/(°K h)
Densidad media del fluido en el reactor x Capacidad de calor media fluido en el reactor	ρC_p	360 cal/(°K L)
Densidad del fluido refrigerante x Capacidad de calor del fluido refrigerante	$\rho_c C_{pc}$	966.3 cal/(°K L)

Tabla 2 – Condiciones operacionales en estado estacionario del reactor de polimerización

Variable	Tag	Valor
Flujo de solvente	Q_s	459 L/h
Flujo de monómero	Q_m	378 L/h
Volumen del CSTR	V	3000 L
Volumen de la camisa	V_c	3312.4 L
Temperatura en la alimentación del reactor	T_f	330 °K
Temperatura del fluido refrigerante	T_{cf}	295 °K
Concentración del iniciador de alimentación	$[I_f]$	0.5888 mol/L
Concentración del monómero de alimentación	$[M_f]$	8.6981 mol/L
Concentración de iniciador en el reactor	$[I]$	6.6832×10^{-2} mol/L
Concentración de monómero en el reactor	$[M]$	3.3245 mol/L
Temp. del fluido refrigerante en la camisa	T_c	305.17 °K
Concentración molar de las cadenas de polímeros-muertos	D_0	2.7547×10^{-4} mol/L
Concentración masica de las cadenas de polímeros-muertos	D_1	16.110 g/L
Flujo de iniciador	$u_1 = Q_i$	108 L/h
Flujo del fluido refrigerante	$u_2 = Q_c$	471.6 L/h
Viscosidad intrínseca	$y_1 = \eta$	2.9091 L/g
Temperatura en el reactor	$y_2 = T_e$	323.56 °K

3.1 MPC de horizonte finito: El algoritmo SSMPC de Di Ruscio y Foss (1998).

Linealizando el modelo no lineal del proceso (ecuaciones (1)-(7)), alrededor del punto de operación nominal (tablas 1-2), mediante una expansión en series de Taylor y discretizando con un tiempo de muestreo $T=1h$, se obtuvo el siguiente modelo en espacio - estado:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \mathbf{A}x_k + \mathbf{B}u_k \\ y_k &= \mathbf{C}x_k \end{aligned} \quad (8)$$

Donde x , u e y son los vectores de estado, el vector de entrada y el vector de salida, respectivamente. La matriz \mathbf{A} es la de transición de estado, \mathbf{B} es la matriz de entrada, \mathbf{C} es la matriz de salida y k denota el instante de muestreo. Un modelo de predicción (MP) es definido de la siguiente forma:

$$y_{k+1/L} = p_L(k) + \mathbf{F}_L \Delta u_{k/L} \quad (9)$$

donde L es el horizonte de predicción, $y_{k+1/L}$ es un vector de salidas futuras, $\Delta u_{k/L}$ es un vector de incrementos en la entrada futura, y $p_L(k)$ es un vector conocido que representa la información del pasado, la cual es usada para predecir el futuro. Este vector es función del número J (horizonte de identificación) y de las matrices del modelo (8). \mathbf{F}_L es una matriz constante triangular inferior, función de las matrices del modelo (8). Un algoritmo simple para computar $p_L(k)$ y \mathbf{F}_L es dado por (Di Ruscio y Foss, 1998):

$$p_L(k) = \mathbf{O}_L \mathbf{A}^J \mathbf{O}_J^+ y_{k-J+1/J} + \mathbf{P}_L u_{k-J+1/J-1} \quad (10)$$

$$\mathbf{F}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_L \mathbf{B} & \mathbf{H}_L^d \end{bmatrix} \quad (11)$$

con la matriz \mathbf{P}_L , la cual es relacionada con las entradas de control pasadas, definida como:

$$\mathbf{P}_L = \mathbf{O}_L \mathbf{A} \Gamma_{J-1}^d - \mathbf{O}_L \mathbf{A}^J \mathbf{O}_J^+ \mathbf{H}_L^d \quad (12)$$

donde \mathbf{O}_L es la matriz de observabilidad extendida para el par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) , con L filas bloques,

$\mathbf{O}_J^+ = (\mathbf{O}_J^T \mathbf{O}_J)^{-1} \mathbf{O}_J^T$ es la pseudo-inversa de Moore-Penrose da matriz de observabilidad extendida \mathbf{O}_J para el par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) , con J filas bloques, Γ_{J-1}^d es la matriz de controlabilidad

extendida reversa para el par (\mathbf{A}, \mathbf{B}) , con $J-1$ columnas bloques, y \mathbf{H}_L^d es la matriz triangular inferior en bloques de Toeplitz para el triple $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$, con L filas bloques y $L-1$ columnas bloques.

Como puede verse, el modelo de predicción MP (Ecuación 9) es independiente de un vector de estado. Por tanto, no es necesario implementar un observador. La ley de control SSMPC es encontrada minimizando la siguiente función objetivo LQ:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_k &= \sum_{i=1}^L (y_{k+i} - r_{k+i})^T \mathbf{Q} (y_{k+i} - r_{k+i}) + \\ &\quad \Delta u_{k+i-1}^T \mathbf{R} \Delta u_{k+i-1} + u_{k+i-1}^T \mathbf{P} u_{k+i-1} \\ &= (y_{k+1/L} - r_{k+1/L})^T \mathbf{Q} (y_{k+1/L} - r_{k+1/L}) + \\ &\quad \Delta u_{k/L}^T \mathbf{R} \Delta u_{k/L} + u_{k/L}^T \mathbf{P} u_{k/L} \end{aligned} \quad (13)$$

donde $r_{k+1/L}$ es el vector de set-point futuros y $u_{k/L}$ es el vector de entradas futuras. \mathbf{Q} , \mathbf{R} y \mathbf{P} son matrices de ponderación diagonal en bloques. Re-arreglando la ecuación (13) en terminos de Δu , La solución es encontrada via la siguiente programación cuadrática (QP):

$$\min_{\Delta u_{k/L}} \left(\Delta u_{k/L}^T \mathbf{H} \Delta u_{k/L} + 2f_k^T \Delta u_{k/L} \right) \quad (14)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{S} \Delta u_{k/L} &\leq u_{k/L}^{\max} - \mathbf{c} u_{k-1} \\ -\mathbf{S} \Delta u_{k/L} &\leq -u_{k/L}^{\min} + \mathbf{c} u_{k-1} \\ \Delta u_{k/L} &\leq \Delta u_{k/L}^{\max} \\ -\Delta u_{k/L} &\leq -\Delta u_{k/L}^{\min} \\ \mathbf{F}_L \Delta u_{k/L} &\leq y_{k/L}^{\max} - p_L(k) \\ -\mathbf{F}_L \Delta u_{k/L} &\leq -y_{k/L}^{\min} + p_L(k) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

donde:

$$\mathbf{H} = \mathbf{R} + \mathbf{F}_L^T \mathbf{Q} \mathbf{F}_L + \mathbf{S}^T \mathbf{P} \mathbf{S} \quad (16)$$

$$f_k = \mathbf{F}_L^T \mathbf{Q} (p_L(k) - r_{k+1/L}) + \mathbf{S}^T \mathbf{P} u_{k-1} \quad (17)$$

En las ecuaciones anteriores mostradas, \mathbf{S} es una matriz identidad triangular inferior en bloques y \mathbf{c} es una matriz identidad de filas en bloques, de tamaños adecuados. Cuando $\Delta u_{k/L}$ es calculada, la señal de control aplicado al

proceso es $u_k = u_{k-1} + \Delta u_k$. Notar que solo el primer incremento en $\Delta u_{k/L}$ es usado, i.e. una estrategia de control RHC. Para mayores detalles acerca del SSMPC ver (Di Ruscio y Foss, 1998).

3.2 MPC de horizonte infinito: El algoritmo IHMPC de Rodrigues y Odloak (2003).

Usando las funciones de transferencia del proceso, identificadas por la pruebas de respuesta al escalón, el siguiente modelo en espacio-estado es obtenido, en la cual la salida es expresada como una función continua del tiempo:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \mathbf{A}x_k + \mathbf{B}\Delta u_k \\ y(kT+t)_k &= \mathbf{C}(\mathbf{t})x_k \end{aligned} \quad (18)$$

donde $u \in \mathbb{R}^{nu}$ es el vector de entrada, $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$ es el vector de incrementos de la entrada, $y \in \mathbb{R}^{ny}$ es el vector de salida, $x = \begin{bmatrix} (x^s)^T & (x^d)^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{C}^{nx}$ es el vector de estado con $nx = ny(1 + nu \cdot na)$, siendo na la orden del modelo, donde x^s está relacionado al estado estacionario predecido del sistema y x^d está relacionado a los modos dinámicos del sistema, k es el instante de muestreo, T es el tiempo de muestreo y t es el tiempo continuo, y las matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} y $\mathbf{C}(\mathbf{t})$, con dimensiones apropiadas son definidas como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^0 \\ \mathbf{D}^d \mathbf{F} \mathbf{N} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{C}(\mathbf{t}) = [\mathbf{I} \quad \Psi(\mathbf{t})]$$

donde

$$\mathbf{F} = \text{diag}(e^{r_{1,1,1}T} \dots e^{r_{1,1,na}T} \dots e^{r_{1,nu,1}T} \dots e^{r_{1,nu,na}T} \dots e^{r_{ny,1,1}T} \dots e^{r_{ny,1,na}T} \dots e^{r_{ny,nu,1}T} \dots e^{r_{ny,nu,na}T})$$

$$\mathbf{D}^d = \text{diag}(d_{1,1,1}^d \dots d_{1,1,na}^d \dots d_{1,nu,1}^d \dots d_{1,nu,na}^d \dots d_{ny,1,1}^d \dots d_{ny,1,na}^d \dots d_{ny,nu,1}^d \dots d_{ny,nu,na}^d)$$

$$\mathbf{D}^0 = \begin{bmatrix} d_{1,1}^0 & \dots & d_{1,nu}^0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{ny,1}^0 & \dots & d_{ny,nu}^0 \end{bmatrix}$$

$$\Psi(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} \Phi_1(t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_2(t) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{ny}(t) \end{bmatrix}$$

$$\Phi_i(t) = \left[e^{r_{i,1,1}t} \dots e^{r_{i,1,na}t} \dots e^{r_{i,nu,1}t} \dots e^{r_{i,nu,na}t} \right], \quad \forall i = 1, 2, \dots, ny.$$

con \mathbf{N} siendo una matriz identidad de filas en bloques. En estas ecuaciones, r son los polos del sistema y d^0 y d^d son los coeficientes de la respuesta a un escalón unitario obtenidos por expansión en fracciones parciales (series de Taylor) de las funciones de transferencia del proceso. La ley de control IHMPC es encontrada optimizando la siguiente función de costo LQ a lo largo de un horizonte de *predicción infinito*:

$$\begin{aligned} J_{k,\infty} &= \sum_{n=1}^m \int_{(n-1)T}^{nT} \{e(kT+t) + \delta_k\}^T \mathbf{Q} \{e(kT+t) + \delta_k\} dt + \\ &\int_{mT}^{\infty} \{e(kT+t) + \delta_k\}^T \mathbf{Q} \{e(kT+t) + \delta_k\} dt + \\ &\Delta u^T \mathbf{R} \Delta u + \delta_k^T \mathbf{S} \delta_k \end{aligned} \quad (19)$$

donde $e(kT+t) = y(kT+t) - y_{sp}(t)$ es el error de predicción de la salida, y_{sp} es el setpoint,

$\Delta u = \begin{bmatrix} \Delta u_k^T & \Delta u_{k+1}^T & \dots & \Delta u_{k+m-1}^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{m \cdot nu}$, m es el horizonte de control, $\delta_k \in \mathbb{R}^{ny}$ es el vector de variables de holgura y $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{ny \times ny}$, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{nu \times nu}$ y $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{ny \times ny}$ son matrices de ponderación positivas definidas. Re-arreglando la ecuación (19) en términos de Δu , la solución es encontrada según la solución del problema QP:

$$\min_{\Delta u, \delta} \left[\Delta u^T \quad \delta_k^T \right] \mathbf{H} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \delta_k \end{bmatrix} + 2c_f^T \begin{bmatrix} \Delta u \\ \delta_k \end{bmatrix} + c \quad (20)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$\left. \begin{aligned} -\Delta u_{\max} &\leq \Delta u_{k+j} \leq \Delta u_{\max}, & j &= 1, \dots, m \\ u_{\min} &\leq u_{k-1} + \sum_{i=0}^{j-1} \Delta u_{k+i} \leq u_{\max}, & j &= 1, \dots, m \\ \Delta u_{k+j} &= 0, & j &\geq m \\ \left[e^s \right]_k + \delta_k + \mathbf{D}_m^0 \Delta u &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

donde:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11,m} + \mathbf{H}_{11,\infty} + \mathbf{R} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{12}^T & m\mathbf{Q}T + \mathbf{S} \end{bmatrix},$$

$$c_f^T = [c_{fm}^T + c_{f\infty}^T \quad c_{f\delta}^T]$$

$$\mathbf{H}_{11,m} = \sum_{n=1}^m \left\{ \mathbf{D}_n^{0T} \mathbf{Q} \mathbf{D}_n^0 T + 2\mathbf{D}_n^{0T} \mathbf{Q} (G_1(n) - G_1(n-1)) \mathbf{W}_n \mathbf{Z} + \mathbf{Z}^T \mathbf{W}_n^T (G_2(n) - G_2(n-1)) \mathbf{W}_n \mathbf{Z} \right\}$$

$$\mathbf{H}_{11,\infty} = \mathbf{Z}^T \mathbf{W}_m^T (G_2(\infty) - G_2(m)) \mathbf{W}_m \mathbf{Z}$$

$$\mathbf{H}_{12} = \sum_{n=1}^m \left[\mathbf{D}_n^{0T} \mathbf{Q} T + \mathbf{Z}^T \mathbf{W}_n^T (G_1(n) - G_1(n-1))^T \mathbf{Q} \right]$$

$$c_{fm} = \sum_{n=1}^m \left\{ [e^s]_k^T \mathbf{Q} [\mathbf{D}_n^0 T + (G_1(n) - G_1(n-1)) \mathbf{W}_n \mathbf{Z}] + [x^d]_k^T [(G_1(n) - G_1(n-1))^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_n^0 + (G_2(n) - G_2(n-1)) \mathbf{W}_n \mathbf{Z}] \right\}$$

$$c_{f\delta}^T = [x^d]_k^T (G_2(\infty) - G_2(m)) \mathbf{W}_m \mathbf{Z}$$

$$c_{f\delta}^T = m [e^s]_k^T \mathbf{Q} T + [x^d]_k^T \sum_{n=1}^m (G_1(n) - G_1(n-1)) \mathbf{Q}$$

$$c = \sum_{n=1}^m \left\{ [e^s]_k^T \mathbf{Q} [e^s]_k T + 2[e^s]_k^T \mathbf{Q} [G_1(n) - G_1(n-1)] [x^d]_k + [x^d]_k^T [G_2(n) - G_2(n-1)] [x^d]_k \right\} + [x^d]_k^T [G_2(\infty) - G_2(m)] [x^d]_k$$

$$\mathbf{D}_n^0 = \begin{bmatrix} \overbrace{\mathbf{D}^0 \quad \mathbf{D}^0 \quad \dots \quad \mathbf{D}^0}^n & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}_n = [\mathbf{I} \quad \mathbf{F}^{-1} \quad \dots \quad \mathbf{F}^{-(n-1)} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0}]$$

$$G_1(n) = \int_0^{nT} \Psi(t) dt; \quad G_2(n) = \int_0^{nT} \Psi(t)^T \mathbf{Q} \Psi(t) dt$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^d \mathbf{N} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}^d \mathbf{N} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{D}^d \mathbf{N} \end{bmatrix}$$

$$[e^s]_k = [x^s]_k - y_{sp}$$

El problema de minimización (20) sujeto a restricciones (21) es resuelto usando desigualdades matriciales lineales (LMI). Notar que solamente la secuencia del primer incremento de cálculo para Δu es usada. Mayores detalles sobre el IHMPC, consultar Rodrigues y Odloak (2003).

4. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

La sintonía de controladores MPC tiene un caracter interactivo y una mejora en la respuesta dinámica puede ser realizado positivamente por simulaciones recursivas. Várias reglas de sintonía han sido propuestas en la literatura, cubriendo aspectos de *estabilidad* y *robustez*. En este trabajo se utilizó reglas heurísticas y procedimientos de prueba y error para sintonizar los controladores.

Algunos parámetros de sintonía para el controlador SSMPC son: tiempo de muestreo $T = 1$ h, horizonte de predicción $L = 5$ (horizonte de control), horizonte de identificación $J = 2$. Para el IHMPC tenemos: tiempo de muestreo $T = 1$ h y horizonte de control $m = 3$. Por falta de espacio, otros parámetros de sintonía no son mostrados. La performance de los controladores se evaluó en los siguientes casos: (a) Para cambios en el *setpoint* y (b) Para cambios en la carga o parámetros del proceso, conforme son mostrados en las Figuras 3 y 4 respectivamente. Tambien se implementó un sistema de control convencional formado por dos controladores PI: el primero para controlar la viscosidad intrínseca manipulando el flujo del iniciador, y el segundo para controlar la temperatura en el reactor manipulando el flujo de fluido refrigerante.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo, se ha comparado la performance de dos controladores MPC lineales aplicados a un proceso industrial de polimerización de estireno. Los resultados de las simulaciones muestran que la sintonía conservativa del IHMPC (MPC de horizonte infinito), proporciona un buen control del reactor de polimerización ante cambios en el *setpoint* y para cambios en los parámetros internos del proceso. La performance del controlador SSMPC (MPC de horizonte finito) a cambios en los parámetros internos del proceso no fueron buenos, mostrando *bias* en las salidas. Por otro lado, los controladores PI mostrarán, en general, respuesta muy oscilatoria.

El mal comportamiento dinámico o performance del SSMPC se debe principalmente,

al tipo de modelo usado, obtenido por linealización del modelo no lineal alrededor del punto de operación intermedio, que originó matrices mal-condicionadas. El uso de una linealización *on-line* podría mejorar la

performance del SSMPC. Este problema no se observa en el IHMPC, donde el modelo lineal es obtenido por identificación de sistemas, el cual produce modelos totalmente observables de orden mínimo.

Figura 3 – Respuesta del proceso a un cambio en el set-point de la Viscosidad intrínseca (η)

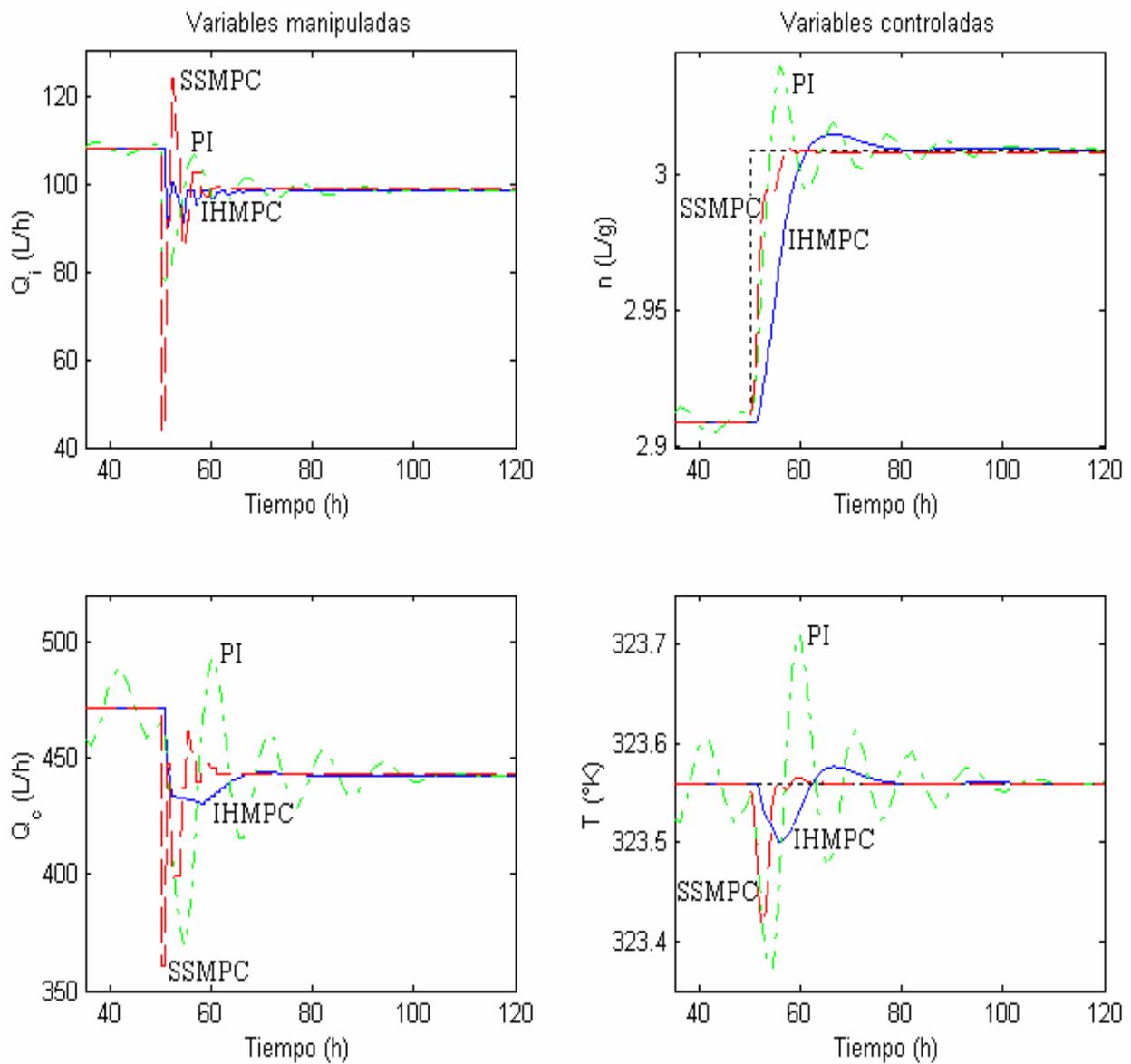
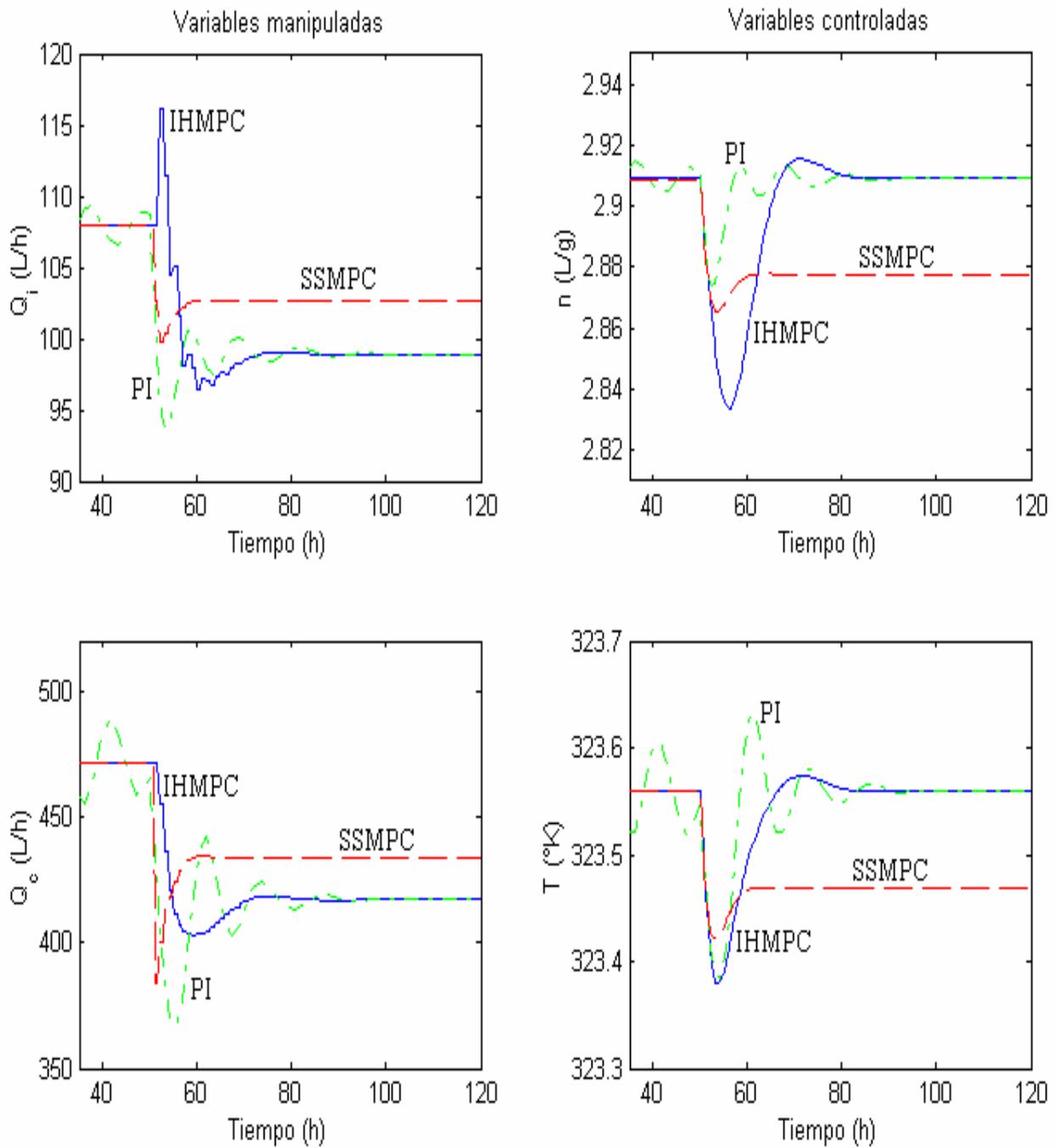


Figura 4 – Respuesta del proceso a una perturbación de +10% en el factor de frecuencia en la Ec. de Arrhenius para la reacción de terminación (A_r)



Como comentario adicional, los controladores MPC de horizonte infinito dan respuestas muy estables debido que la trayectoria optima sobre el horizonte infinito es determinada (implicitamente), la cual es la misma para todos los instantes de muestreo. En consecuencia la función objetivo disminuye asintóticamente, estableciendo estabilidad. Por otro lado, en los controladores MPC de horizonte finito, la trayectoria puede ser diferente para cada instante de muestreo, lo que puede ocasionar que la función objetivo no convega, afectando la estabilidad del sistema.

Agradecimientos: El Dr. Oscar A. Z. Sotomayor agradece a la FAPESP/Brasil, por el soporte financiero para la ejecución de este trabajo (Procesos N°. 02/08119-2 y 03/11150-1). Así mismo el Ing. Edwin T. Dextre Jara, agradece al Dr. Oscar A. Z. Sotomayor distinguido científico peruano por haberle dado la oportunidad de participar en su equipo de trabajo y de esta manera apoyar la investigación en el Perú.

BIBLIOGRAFIA

1. Congalidis, J.P, J.R. Richards (1998). Process control of polymerization reactors: A industrial perspective. *Polymer Reaction Engineering*, v.6, n.2. p.71-111.
2. Embiruçu, M., E.L. Lima, J.C. Pinto (1996). Survey of advanced control of polymerization reactors. *Polymer Engineering and Science*, v.36, n.4. p.433-447.
3. Di Ruscio, D; Foss, B. (1998). On state space model based predictive control. In: *Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems (DYCOPS-5)*, p.304-309, Corfu, Greece.
4. Henson, M.E. (1998). Nonlinear model predictive control: current status and future directions. *Computers and Chemical Engineering*, v.22, n. 2, p.187-202.
5. Maner, B.R.; Doyle, F.J.; Ogunnaike, B.A.; Pearson, R.K. (1996). Nonlinear model predictive control of a simulated multivariable polymerization reactor using second-order Volterra models. *Automatica*, v.32, n.9, p.1285-1301.
6. Morari, M.; Lee, J.H. (1999). Model predictive control: past, present and future. *Computers and Chemical Engineering*, v.23, n. 4-5, p.667-682.
7. Nikolaou, M.; Misra, P. (2003). Linear control of nonlinear processes: recent development and future directions. *Computers and Chemical Engineering*, v.27, n. 8-9, p. 1043-1059.
8. Qin, S.J, T.A. Badgwell (2003). A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, v.11, n.7, p.733-764.
9. Rodrigues, M.A., D. Odloak (2003). MPC for stable linear systems with model uncertainty. *Automatica*, v.39, n.4, p.569-583.
10. Skogestad, S. (2004). Control structure design for complete chemical plants. *Computers and Chemical Engineering*, v.28, n.1-2, p.219-234.